Fig. V.

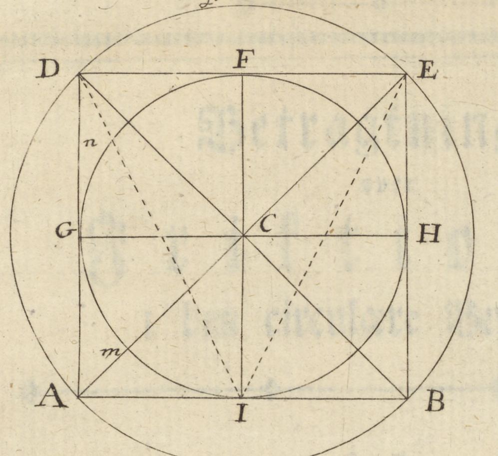


Fig. I.

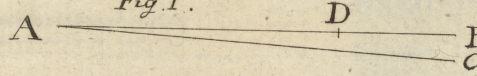
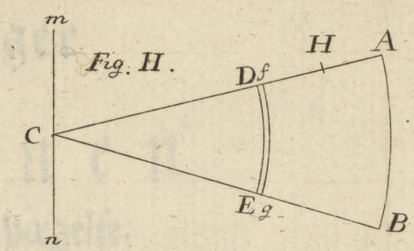


Fig. II.



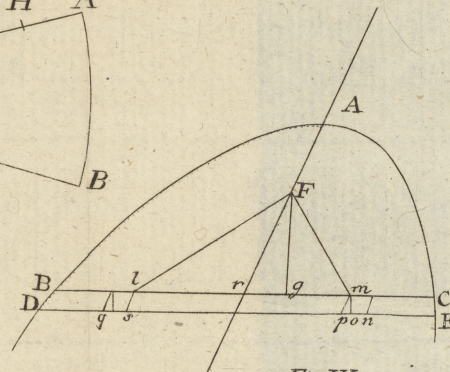


Fig. III.

Fig. IV.

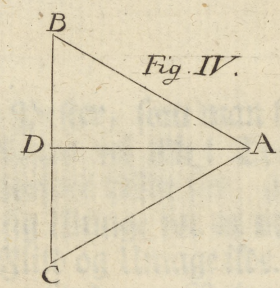


Fig. VI.

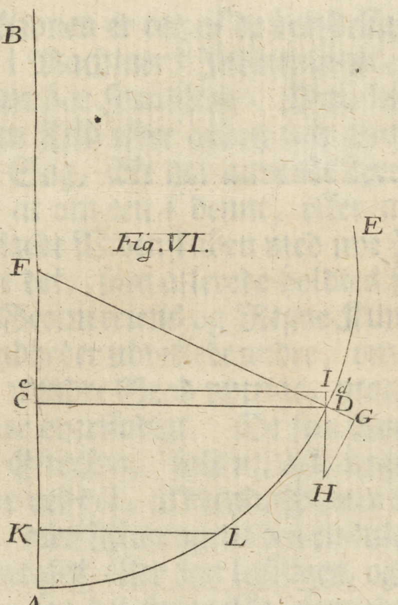


Fig. VIII.

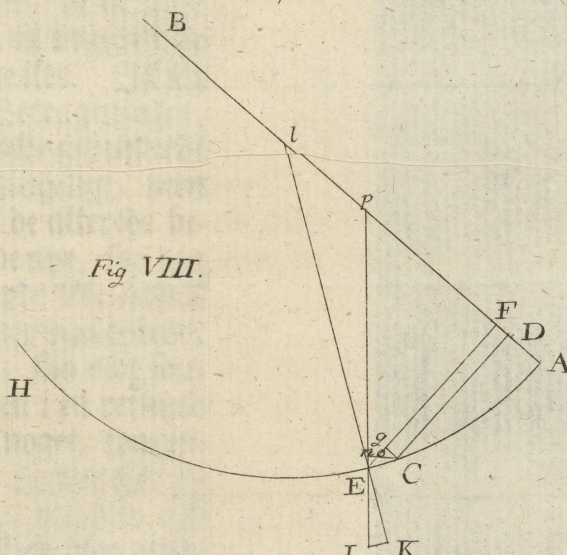
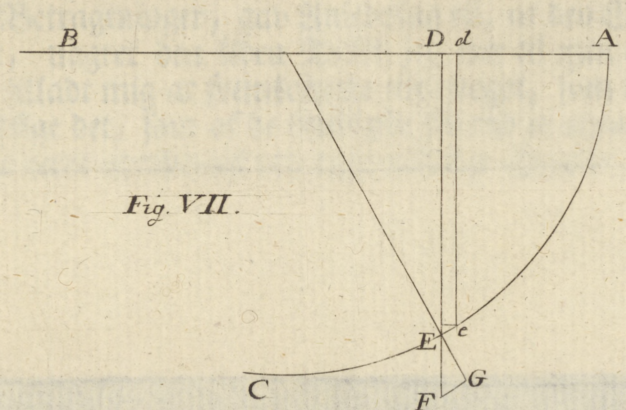


Fig. VII.



Betragtninger
over
Friktionen
i den circulære Bevægelse.

§. 1.

At Friktionen er een af de betydeligste Poster, som man har at see paa i Machiners Indretninger, drages vel ikke i Tvivl af nogen, som deri har Kundskab; Man kan derfore holde for, at de store Mænd, som Tiid efter anden har giort sig Umage for at udgrandske noget i den Sag, ikke har anvendt deres Fliid og Umage ilde. Ja jeg holder for, at om een i denne, eller andre saadanne Betragtninger, end ikke berigede Videnskaben med nye Paafund, heller ikke forandrede eller rettede det, som allerede holdtes for bekiendt og antageligt, men allene ved Geometriens og Regne-Kunstens Hielp, af de allerede bekiendte Sandheder udviklede andre, om ikke i al Henseende nye, saa dog i mere eller mindre Grad nyttige, maatte saadant Arbeyde ikke ansees unyttigt eller overflødigt. De faa Auctores, som jeg her paa Stedet kan faae til Eftersyn, tale vel alle noget om Friktionen, saa vidt som samme skeer ved det, at tvende Planer rives paa hinanden i en retlined Bevægelse, men Rivningen i den circulære Bevægelse er noget, som enten intet omtales, eller kun løseligen, og efter mine ringe Tanker ikke aldeles rigtig; saa det synes ikke ufornøden, om jeg, i det mindste ved nærværende Betragtninger, gav Anledning til, at den Sag blev nøyere undersøgt, uagtet den liden Tillid jeg har til min egen Indsigt, neppe skulle tilladt mig at fremkomme med noget, som i nogen Maade skulle modsige det, som af de kyndigste Mænd er antaget, hvis jeg ikke syntes at være overbeviist ved tilstrækkelige Grunde, at min Hypothese

pothese kommer Sandheden nærmere, end den sædvanlige, og tillige ved andre Anledninger dertil var opmuntret.

§. 2.

Rivningen i den circulære Bevægelse kan enten skee saaledes, at de Punkter, som rives, staaer alle lige langt fra Bevægelsens Centro, saasom i Tribometer, naar axis er en Cylinder, eller de Punkter, som der paa eengang rives kand staae i ulige Distancer fra bemeldte Centro. I første Fald kan man ansee Friktionen for den samme, som den, der skeede i en retlined Bevægelse, saasom Vegtstangen i alle Punkter er den samme, og kan den let sammenlignes med den, som skeer over et Plan i en retlined Bevægelse, med den anden derimod har det en anden Beskaffenhed, hvilken ikke er nær saa meget undersøgt, som den første, men kommer dog for i adskillige Begivenheder, saasom i Mølle-Stene og adskillige Slags-Tapper, som bevæges i deres Panner. Her er Forskiel baade paa Distancerne fra Bevægelsens Centro, som og paa Punkternes Antal, som rives, og dette Slags Friktion er det, som her egentlig skal tages i Overveyelse.

§. 3.

Det første, som bliver at afgiøre, er at bestemme Middel-Distancen for Momentet af den heele Modstand, som skeer af de ulige store Cirkler og i ulige Distancer fra Centro, dernæst at sammenligne denne Modstand med den, som ville forefindes, i Fald Bevægelsen skeede lige frem ad. Vi vil først forestille os en enkelt Linie AB (Fig. 1.) at bevæge sig fra B til C, og imidlertid at lide Modstand i alle Punkter over det Plan, den berører, saa spørges, hvor Middel-Distancen for alle Modvirkningernes Moment maatte være? Hvis hver Punkt hen efter AB havde lige stor Modstand at overvinde, kom det allene an paa Vegtstangen, hvis Middel-Distance blev halve Delen af AB, men vi skal see, at den langt heller blir $\frac{2}{3}$ af bemeldte AB.

§. 4.

Betragter vi Friktionens Modstand i sin allerførste Begyndelse, skal vi finde at dens absolute Virkninger mod Punkterne i Linien AB ere i Forhold af Distancerne fra A; thi lad os sætte, at den anbragte

Pres-

Pression begynder at sætte Linien eller Stangen i Bevægelse omkring Punkten A, og lad os forestille os de Ujævnheder, som den da i alle sine Punkter forefinder, som smaae Kugler, der laae hen efter AB og ved dens Bevægelse maatte ryddes af Veyen. Saasnart nu Trykkelsen blev saa stor, at ved dens allermindste Formeerelse disse Kugler maatte brække løs, saa havde man egentlig den Omstændighed, at Kraft og Last i Henseende til Friktionen kunde siges at staae i Liigevægt, hvilken altid er den første, man har at see paa, naar Kraft og Last skal lignes mod hinanden. Var nu disse Kugler saa vel i deres Substance, som og i deres Fastighed ved Planet, saa fuldkommen haarde, at de ikke i mindste Maade kunde give efter, uden aldeles at afrives, ville deres absolute Modstand over alt være lige stor, og den relative maatte forholde sig, som Distancerne fra Bevægelsens Centro, men denne Hypothese har neppe Sted i Naturen, da de Legemer, som underkastes Friktion, har til deels nogen Blødhed, til deels nogen Elasticitet, saa forstaaer det sig selv, at saa snart Trykkelsen begynder, bliver enhver Partikel ey allene trykket, men endogsaa, som Legemer der ikke ere fuldkommen haarde, giver efter i Forhold af deres Distance fra Centro, da nu Virkning og Modvirkning altid maae være lige store, trykker de samme Kugler igien mod Linien AB i samme Forhold, hvilken altsaa bliver deres absolute Modvirkning, hvis Momenter derimod maa blive som Distancernes Qvadrater, saa at saadan Linie kunde ansees, som en Vægt-Stang, hvilken selv ingen Tyngde har, men blev nedtrykket af Tyngder, der vare i Forhold af Distancerne.

§. 5.

End videre ville vi betragte Tingen paa en anden Maade, og ansee de modstaaende Partikler, som inclinerende Planer, skal vi merke det samme Forhold, om ikke et større; thi lad Punkterne D og B møde tvende ligedannede opgaaende Planer, og lad Linien AB bevæge sig igiennem et uendelig lidet Rum til C, saa følger jo, at Punkten B maae stige til en større Høyde, end D i Forhold af AB til AD og det i samme Tiid, følgelig kunde de absolute Kræfter, som i B og D skulle anvendes, ikke være lige store, saasom de i samme Tiid skulle frembringe ulige store Virkninger. Ja naar man ville forestille sig at alle

G disse

disse Planer, som ville ved første Indtryk møde Linien, vare alle ligedannede og situerede, da maatte Tyngden og Modstanden strax begynde at hviile paa de yderste Deele, hvilken Regularitet dog langt fra ikke kand sættes, og ville heller ikke gielde uden i det første Indtryk, ikke desto mindre tør jeg dog sige saa meget, at da der snart nærmere snart længere borte fra Centro kan treffes Ophøyelser, som i Høyde eller Hastighed overgaaer de andre, og derudover giør den betydeligste Modstand, saa maa man efter Probabilitetens Love vente fleere saadanne i den større Peripherie, som beskrives af B, end i den mindre, som beskrives ved D, hvilket saavel som den foregaaende §. noksom viiser, at saasnart, som Kræfterne, der skal overvinde Friktionen i Linien AB aldrig saa lidet begynder at blive levende, maa man i det allermindste antage den absolute Modstand i Punkterne hen efter AB at være i Forhold af deres Distancer fra A.

§. 6.

Forestiller vi os fremdeles, at Bevægelsen gaaer videre frem, og ikke bliver blodt i sin Begyndelse, er det endnu klart, at Momentet af Modstanden i et hvert Punkt er som Qvadraten af Distancerne i det allermindste; thi lad os sætte som tilforn, at der er Kugler i Veyen, som skal bortryddes, da er det upaatvivleligt, at der jo i en dobbelt Distance fra Centro maatte antages et dobbelt Antal af Kugler, som skulle ryddes af Veyen; alt virker en dobbelt Modstand paa en dobbelt Distance fra Centro, hvorved endnu maa erindres det, som i Slutningen af næst foregaaende §. blev anmærket. Kalder man nu AD, x, forholder sig Friktionen i enhver saadan Punkt, som $fxdx$ og Momentet, som fx^2dx, følgelig Middel-Vægt-Stangen $= \frac{fx^2dx}{fxdx} = \frac{\frac{1}{3}x^3}{\frac{1}{2}x^2} = \frac{2}{3}x.$

§. 7.

Hvad som i de foregaaend §phis er anført, kand ogsaa, som en Følge udledes af Erfarenhed og de Slutninger, som den berømmelige Myschenbroech har uddraget af sine mange Forsøg, nemlig, at Friktionen i de mindre Hastigheder, har viist sig nogenlunde at være i Forhold af Hastighederne (Institut. Phys. §. 413.) thi i den circulære Bevægelse

gelse har just Punkterne en relative Hastighed indbyrdes i Forhold af Distancerne fra Centro, følgelig bliver vel ogsaa den relative Friktion i samme Forhold for det meste, ja jeg holder endog for, at de samme Beviser, som her ere anbragte, kunde med en liden Forandring anvendes paa den retlinede Bevægelse, og tiene til à priori at beviise den af Myschenbroech anførte Regel, ligesom man vel ikke vanskelig kunde finde nogen Grund til Friktionens større Forhold (som bemeldte Auctor melder) naar Hastighederne toge mere til; thi naar Hastigheden bliver stor, kand det vel ikke feyle, at jo derved undertiden foraarsages, som et Slags Spring og Stød i de Deele, som rives, hvorved den Naturens Lov blænder sig i med, efter hvilken de bevægede Legemers Virkninger ere i Forhold af Qvadraten af Hastighederne, hvorved ogsaa Friktionen maatte blive i et større Forhold, end slet hen, som Hastighederne. Dog tør man deraf ikke slutte, at Friktionen immer hen skulle voxe med Hastigheden (See Nollets Leçons de Physiqve 3 Leçon) hvor denne ypperlige Auctor, efter at have forundret sig over at Friktionens Tilvext, som dependerer af Hastigheden har sine visse Grendser, giver dertil saadan Raison, at naar Hastigheden bliver meget stor, kan det hænde sig, at de udstaaende Deele henrykkes over en stor Deel af Huulhederne uden at trykkes ned i samme, hvorved Modstanden formindskes mod hvad den ellers kunde bleven, men om jeg torde yttre de ringe Tanker, som derved er faldet mig ind, synes mig at følgende nok kunde lægges dertil, nemlig at Forcen af de rivende Partiklers indbyrdes Stød bliver saa stor, at de mere afrives, end behøver at lettes over hinanden, hvorved de afrevne Deele deels bliver rullende, deels fylder de nermeste Dybheder, og saaledes bereder en beqvemmere Plan for den følgende Bevægelse; thi naar Fordelen allene skulle bestaae i at undgaae nogle Dybheder formedelst en større Hastighed, saa spørges, om ikke denne samme større Hastighed derimod ville foraarsaze et større Stød og en større Modvirkning i de Deele, som bleve trufne? Hertil kommer ogsaa dette, at jo større Bevægelsen er, desto større Kraft har den til at soutenere sig mod forekommende Hindringer, hvilket ogsaa giør Friktionens Virkning desto mindre kiendelig. Imidlertid kunde man ikke i Almindelighed lægge denne besynderlige Grad af Hastighed til Grund for Beregningerne over den Friktion, som ville treffes i den circulære Bevægelse paa ulige Distancer fra Centro, hvor de inderste Deele har en saa meget ringere Grad af Hastighed, end de yderste.

§. 8.

Vil vi nu videre anvende det, som forhen er sagt, enten paa en heel Circul, eller, hvilket kommer ud paa det samme, paa et Cirkul-Skaar ACB (Fig. 2.) som det, der skal bevæges om Centro C og derved rives mod det Plan, hvorpaa det hviler, da bliver Hastighederne i hver Punkt i Buen AB til Hastighederne i hver Punkt i Buen ED, som AC til DC, men da Antallet af de rivende Punkter i begge Buer ogsaa er i samme Forhold, saa bliver Friktionen i den første til Friktionen i den anden som $AC^2 : DC^2$ og deres Momenter, som $AC^3 : DC^3$. Lad CD kaldes x, saa bliver $Df = dx$ og Rivningen i den elementære Bue DFGE kand udtrykkes ved x^2dx og dens Moment ved x^3dx. Intregalet af denne sidste divideret med Intregalet af den første giver os Middel-Vægt-Stangens Længde $= \frac{\frac{1}{4}x^4}{\frac{1}{3}x^3} = \frac{3}{4}x = \frac{3}{4}a$, naar man tager den heele Straale CA og kalder samme a. Og herudi er det jeg viger fra den almindelige Maade at bestemme dette, da man almindelig (See den ypperlige Profess. Jens Kraftes Statiske Forelæsninger §. 267 og 369 foruden andre) sætter denne Middel-Vægt-Stang at være $\frac{2}{3}a$ og saaledes (ikke rettere jeg kand see) af Tankerne udelukker Eet af de trende Stykker, som nødvendig maatte komme i Betragtning nemlig 1) Vægt-Stangen for enhver Punkt 2) de rivende Punkters relative Mængde 3) deres relative Hastighed, hvilke 3de Stykker efter Planets Beskaffenhed kand blive større eller mindre i relation mod hinanden og underkastes Fluxion i den circulære Bevægelse.

§. 9.

Man har maaskee forestillet sig den Rivning, som de 2de Punkter A og D treffer igiennem Buerne AB og DE at være lige det samme, som om toe lige store Tyngder skulle af en modsat Kraft bevæges igiennem bemeldte Buer, hver under sin Vægt-Stang, men herudi er en meget stor Forskiel; thi 1) naar A og D bevæges imod Tyngden, saa er denne altid den samme, som sætter sig imod Bevægelsen uden

mindste

mindste Ophør, i Friktionen derimod stødes altid an mod en nye Punkt efter en anden, 2) naar man endog vil abstrahere fra Vægt-Stangen, saa virker Tyngden paa A og D fuldkommen paa en Maade, derimod har vi i de foregaaende §. seet, at Friktionens Virkning i Punkterne A og D, naar de bevæges om et fælles Centro, endog i dens første Begyndelse, maa være proportioneret Distancerne fra Centro, uden at see paa Vægt-Stangens videre Indflydelse. Heraf kommer og 3) at i Fald man vil forestille sig Tyngden i begge Punkter at virke liige, som ved idelig igientagne Pressioner, hvilket man beqvemmelig kan giøre, saa bliver Summen af disse Pressioner lige store i begge Buer, saasom Tyngderne igiennemløber dem i lige lang Tiid, tvertimod i Friktionen bliver Summen af Friktionen eller Modstanden i samme Forhold, som Buerne. Det har sig i den Henseende paa en vis Maade med Friktionen, som med en Linie, der omkring sin yderste Ende skulle bevæges igiennem Vand eller et andet Fluidum, og allene havde Partiklernes cohæsion at bestride; thi i dette Fald ville den absolute Modstand i hver Punkt, hen efter CA være, som Distancerne fra C, derimod, naar man ville see paa Inertiernes og Materiens Modstand, mod hvilken cohæsionens Modstand i de fleeste Tilfælde vel ikke kunde agtes meget betydelig, i sær naar Hastighederne vare store, da ville Modstanden i de adskillige Punkter af CA efter den rigtigste Hypothese omtrent blive, som Qvadraten af enhvers Hastighed, eller som de Høyder, igiennem hvilke et faldende Legeme kunde naae de relatives Hastigheder, saa at Modvirkningen her blev endog i et større Forhold, end det som Erfarenhed viiser i Henseende til Friktionen, saa længe Bevægelsen ikke er heftig. Derimod er det merkeligt, at Middel-Vægt-Stangen i en saadan enkelt Linie, bevæget igiennem et Fluidum omkring sin yderste Ende, ville blive den samme, som for Rivningens Modstand i en heel Circul af samme Straale, som Liniens Længde; thi Summen af Modstanden ville i begge Tilfælde blive omtrent som $\frac{1}{3}x^3$, og Summen af dens Moment, som $\frac{1}{4}x^4$ og Middel-Vægt-Stangen $\frac{3}{4}x$.

§. 10.

Jeg har altsaa, det jeg haaber, rigtig bestemt den almindeligste Grund, hvorefter der videre kan udledes, hvor alle Momenter af

Friktionen i en circulære Bevægelse foreener sig; thi for Resten kan vel ikke negtes, at jo Friktionen er een af de Naturens Virkninger, som vanskelig og neppe lader sig bringe under almindelige Love, dog er det fornøden in praxi at have det, hvorefter man nogenlunde kan rette sig, og da synes mig det er saa langt fra, at den sædvanlige Hypothese kan følges, at man endogsaa, naar Hastighederne vare store, heller maatte sætte det fælles Momentes Punkt længere borte fra Bevægelsens Centro, end nermere, end det som her er bleven bestemt. Men for desto bedre at kiende denne ikke ubetydelige Deel af Friktionens Theorie, skulle det vel ikke agtes unyttigt, fremdeles at sammenligne den saa vel med den Friktion, som skeer ved en uniform Bevægelse i en lige Linie, saa og med andre Mechaniske Love efter de Anledninger, som dertil kan gives.

§. 11.

Ligesom Mechanici kalder Massa multipliceret med Hastigheden, Bevægelsens Storhed (Qvantitatem motus) saa bliver her ligeledes at sporge, hvad Friktionens Storhed maatte være (Qvantitas Frictionis) hvilken, som det synes, ikke nøye nok har været distingveret fra Momentum Frictionis i den circulære Bevægelse. Det, som skulle bestemme Friktionens Storhed i Almindelighed, maatte være alle de Ting, som ved Physicorum Undersøgninger har været befundet, som noget, der contribuerer til dens Forøgelse, eller rettere dens bestemte Storhed; herved ville altsaa komme i Betragtning Materiens Beskaffenhed, Tyngde, Hastighed, superficiens Storhed, Glathed med mere, som nogen kunde agte at være af Vigtighed i Henseende til Friktionens Bestemmelse, men da dette egentlig ikke er Øyemerket af nærværende Betragtninger, saasom Vi ikkun har at sammenligne den circulære Bevægelse, og den deraf dependerende Friktion med den retlinede, hvilken vi ligesom anseer forud bekiendt, saa kand vi forestille os eet og det samme Corpus, een og den samme superfice i begge Tilfælde, allene at den circulære Bevægelse forvolder, at visse Deele faaer en hastigere Bevægelse end andre, og vi behøver her ikke at see paa andet end Hastigheden og Tyngden; altsaa bliver Forholdet mellem Friktionens Storhed i den circulære og retlinede Bevægelse at ansee for det samme, som Bevægelsens Storhed i begge Tilfælde.

§. 12.

Naar nu videre Bevægelsens Storhed i et Legeme, som gaaer lige frem med en uniform Bevægelse, skulle sammenlignes med Bevægelsens Storhed, hvor samme Legeme svinger sig om et vist Centrum, vil det komme an paa at finde den Punkt i det circulerende Legeme, der bevæger sig med samme Hastighed, som det heele Legeme bevægede sig lige frem, naar vi sætter at Bevægelsens Storhed i begge Tilfælde skal blive den samme. Vi vil altsaa antage de 2de Punkter A og D (Fig. 2.) med Tyngder af samme Navn, at gaae frem med lige Hastighed, som kan sættes $= 1$, hvorved Bevægelsens Storhed i dem bliver $= A + D$, lad derneſt samme bevæge sig omkring et fælles Centrum saaledes, at Punkten H sættes at gaae fort med den Hastighed $= 1$, og derhos Summen af Bevægelsens Storhed i den retlinede og circulære Bevægelse skal være lige. Lad CH som ubekiendt kaldes x, men $CA = a$ og $CD = b$, saasom de relatives Hastigheder forholder sig, som Straalerne, faaer vi $x : a = 1 : \frac{a}{x}$ hvilken Hastighed i A multipliceret med A giver Bevægelsens Storhed i samme Punkt $= \frac{Aa}{x}$, paa samme Maade findes Bevægelsens Storhed i $D = \frac{Db}{x}$ altsaa, naar Bevægelsens Storhed paa begge Sider sættes at være lige i begge Slags Bevægelser, faaes følgende Æqvation, $A + D = \frac{Aa + Db}{x}$ og $x = CH = \frac{Aa + Db}{A + D}$ naar altsaa Bevægelsen skeer omkring et Centrum, saaledes at Bevægelsens Storhed og følgelig ogsaa Friktionens Storhed, saadan som vi her forstaaer den, skal være den samme som i den retlinede Bevægelse, da har man at multiplicere Tyngderne med deres Distancer fra Centro, Summen heraf divideres med Summen af Tyngderne, hvorved faaes det Punkt H, hvilket bevæges med samme Hastighed, som naar begge Legemer gik lige frem, hvorved Bevægelsens Storhed saa vel som Rivningens Storhed i

begge

begge Slags Bevægelser kunde vides, naar den circulære Hastighed var givet, eller tvertimod, naar den retlinede var givet, kunde den circulære deraf findes. Denne Punktes Distance, nemlig HC, vil vi for Kortheds Skyld i det følgende kalde P.

§. 13.

Heraf kunde tages Anledning til vidtløftige Betragtninger over adskillige Planer og Legemer, naar man ved Geometriens og Regne-Konstens Hielp, ville sammenligne saa vel Bevægelsens som Friktionens Storhed i den retlinede og circulære Bevægelse, men til deels kan disse Beregninger forstaaes af det følgende, deels synes det at overskride de Grændser vi i nærværende Betragtninger har foresat os; vi vil derfore ikkun anmerke følgende: 1) Den Expression, hvorved man kunde finde Distancen P, synes at ligne de Udtryk, hvorved Tyngdens Centrum pleyer findes, ikke destomindre er der dog en merkelig Forskiel, naar man taler om et heelt Plan. Lad et Plan, som ACB (Fig. 2.) formedelst Tyngden bevæge sig omkring Axis mn, men lad samme bevæge sig om Punkten C, saaledes at det rives mod det Plan, hvorpaa det hviler, hvis da vores Formul skal betegne Centrum gravitatis, da forstaaes ved a, b, &c. de perpendiculære Linier, som falder fra enhver Punkt ned paa axis mn, dertimod naar den skal udtrykke Distancen P, da forstaaes ved a, b, &c. Punkternes virkelige Afstand fra C, da nu alle de Linier, som fra en hver Punkt i Planet nedkastes perpendiculær paa mn ere mindre, end de som drages hen til Punkten C, uden saa er at Perpendiklerne selv falder i Punkten C, saa sees at den Størrelse P altid i et Plan, som ACB, maa blive større, end Tyngdens Centers Afstand fra C. 2) Det som kunde agtes meest nødvendig at vide herudi, kan ogsaa overmaade let findes, nemlig hvor det tit ommeldte Punkt var beliggende i et Circul-Skaar, hvilket, da det kunde tages af saa mange Grader, som man vil, kunde gielde for den hele Circul, for Exempel en Mølle-Steen, hvorved man fandt den Punkt i samme, der bevæger sig med samme Hastighed, som den hele Steen skulle bevæge sig lige frem, og Friktionen i begge Bevægelser være lige stor. Lad (Fig. 2.) CD være $=$ x, da kan den relative Storhed af Elementet EDFG udtrykkes ved xdx, hvilket

hvilket multipliceret med Afstanden fra C, giver x^2dx, følgelig efter nest foregaaende §. haves $P = \frac{\int x^2 dx}{\int x dx} = \frac{\frac{1}{3}x^3}{\frac{1}{2}x^2} = \frac{2}{3}x$, altsaa falder dette Punkt i en Molle-Steen om $\frac{2}{3}$ af Straalen fra Centro.

§. 14.

At Bevægelsens Storhed i en Circul foreener sig i den Peripherie, som er $\frac{2}{3}$ af den hele Straale fra Centro, er ligeledes anført af Belidor i hans ypperlige Verk Archit. hydravl. §. 240., hvor han ikkun i nogle faa Linier vedrører den Materie om Friktionen, i ulige Distancer fra Bevægelsens Centro, men giør tillige af ovenstaaende Setning een ikke gandske rigtig Slutning, nemlig at det fælles Moment for Rivningens Modstand falder i samme Punkt saaledes, at, om en Kraft med samme Hastighed skulle bevæge en flad Molle-Steen om sit Centro, og samme Kraft blev appliceret i den Distance, vi her har kaldet P eller $\frac{2}{3}$ af Straalen, da ville Kraften være just den samme, som den, der formaaede at trække heele Stenen lige frem med samme Hastighed, og saaledes i begge Tilfælde at overvinde Friktionen; men dette er, i Følge af hvad vi i de første §. har viist, ikke gandske rigtig; thi Kraften ville i det første Fald ufeylbarlig behøves at være større, end i det sidste, men Feylen maa komme deraf, at man har ikke nøye nok skiellet mellem Friktionens Storhed og dens Moment. Det Punkt, hvor Friktionens Storhed i den circulære Bevægelse samler sig, er lige saa lidet det samme, som det hvor alle dens Momenter samler sig, som det Punkt, der er Materiens Centrum tillige altid skulle være Tyngdens Centrum.

§. 15.

Det Punkt, hvor alle Momenter af Friktionen i den circulære Bevægelse foreener sig, og derved bestemmer Modstandens Middel-Vægt-Stang, synes mig efter al Analogie med rette at kunde kaldes Friktionens Centrum, ligesom Mathematici ellers pleyer at betiene sig af deslige Benævnelser, saasom Tyngdens Centro, Svingets Centro rc.; Middel-Vægt-Stangen selv vil vi kalde M. At undersøge denne i en vis antaget Hypothese, er vel noget, som meere dependerer af mathematiske end physiske Speculationer, ikke desto mindre synes hine nodvendig at maatte geleyde disse, i Fald man skal kunde føre sig dem ret til Nytte; Det synes altsaa at være et nødvendigt Stykke, som henhører til Theorien angaaende Friktionen i den circulære Bevægelse og de derover anstillende Betragtninger, at vi i det ringeste i Almindelighed lader de 2de Physiqvens ypperlige og troe Veyledere, Geometrie og Algebra giøre os dette Friktionens Centrum nogenlunde bekiendt i den Hypothese, som forekommer os meest antagelig, dog uden at opholde Læseren med det, som kunde agtes mindst nyttigt.

§. 16.

Lad BAC (Fig. 3.) være en Algebraisk Linie, hvis Diameter er AH, som her just ikke antages at staae perpendiculær paa Ordinaten Bc, lad trækkes en anden Ordinate de uendelig nær og parallele med BC, lad F være det Punkt i Diameter enten inden eller uden for Perimeter, hvor omkring Planet BAC svinger sig, og derved lider Friktion. Lad fremdeles Fr heede x og rc heede y. Set da, at de 2de uendelig smaa Parallelogrammer mn og lq lider Friktion, hvis Distancer fra r ere lige store, men ansees endnu, som ubestandige og underkastet Fluxion, samme vil vi kalde v, følgelig er pn $=$ dv, ligesom mp er $=$ dx, altsaa bliver disse smaa Parallelogrammer Elementer af DBce, som selv er et element af Figuren BAC. Forholdet mellem mp og mo maa ansees som bekiendt og det samme som rF: Fg $=$ a: b følgelig a: b $=$ dx: mo ($= \frac{bdx}{a}$, hvilket multiplieeret med dv giver os de elementære Parallelogrammer mn $= \frac{b}{a}$ Xdxdv. Den Modstand, som Friktionen forvolder i et hver af disse Elementer er i Forhold af Distancerne Fm og Fl, men Friktionens Moment er som sammes Qvadrater. For at bestemme Værdien af Fm og Fl, merkes at Fr: Fg $=$ a: b, følgelig, da Fr $=$ x, bliver Fg $= \frac{bx}{a}$, ligeledes er Forholdet mellem Fr og rg at ansee som bekiendt, og kan settes som a: c; thi naar rF er Sin: Tot:, bliver Fg Sinus af inclinations

Vinke-

Vinkelen Frg, og rg bliver dens Cosinus: følgelig er $rg = \frac{cx}{a}$ og $Fm = \sqrt{\frac{b^2x^2}{a^2} + v^2 - \frac{2cxv}{a} + \frac{c^2x^2}{a^2}} = \sqrt{x^2 - \frac{2cxv}{a} + v^2}$, eftersom $b^2 + c^2 = a^2$, paa samme Maade findes at $Fl = \sqrt{x^2 + \frac{2cxv}{a} + v^2}$, deraf følger videre, at $(Fm)^2 + (Fl)^2 = 2\,(x^2 + v^2)$, hvilket multipliceret med $\frac{b}{a}\,dxdv$ udtrykker Friktionens Moment i begge Elementerne mn og lq, ligesom $Fm + Fl$ multiplicerede med $\frac{b}{a}\,dxdv$ udtrykker Friktionen selv. Naar Integralet af den første divideres med Integralet af den sidste, findes Friktionens Centrum for Elementet lmps, i hvilken Betragtning x og dx endnu bliver at ansee som bestandige; Naar altsaa den behørige Reduction er skeed, bliver Middel-Vægt-Stangen $= \frac{\int 2dxdv\,(x^2 + v^2)}{\int dxdv\left(\sqrt{x^2 - \frac{2cxv}{a} + v^2} + \sqrt{x^2 + \frac{2cxv}{a} + v^2}\right)}$, hvilket Udtryk meget forkortes, saasnart vi setter, at Diameter er perpendiculær paa Ordinata, hvilken er den Casus, som oftest maatte forekomme; thi da bliver $c = o$ og følgelig omdannes vores Formul til følgende: $\frac{\int dxdv\,(x^2 + v^2)}{\int dxdv\,\sqrt{x^2 + v^2}}$.

§. 17.

For nu videre at benytte os af sidst anførte Formul, har vi at integrere samme, hvilket særdeles let lader sig giøre i Henseende til Tælleren; thi naar x, som vi før sagde, ansees som bestandig, bliver $\int dxdv\,(x^2 + v^2) = vx^2dx + \frac{1}{3}v^3dx$, men Nævneren derimod giver en større Vidtløftighed, dog kan den ogsaa paa følgende Maade behandles og summeres: Sæt at $\sqrt{x^2 + v^2} = v + z$, da bliver

$x^2 + v^2 = v^2 + 2vz + z^2$, og $x^2 = 2vz + z^2$, fremdeles $2vz = x^2 - z^2$ og $v = \frac{x^2}{2z} - \frac{z}{2}$, følgelig bliver $dv = -\frac{dz}{2} - \frac{x^2dz}{2z^2}$, ved at substituere disse Værdier, faaes

$$dv\sqrt{x^2 + v^2} = -\frac{vdz}{2} - \frac{x^2vdz}{2z^2} - \frac{zdz}{2} - \frac{x^2zdz}{2z^2}$$

$$= -\frac{x^2dz}{4z} + \frac{zdz}{4} - \frac{x^4dz}{4z^3} + \frac{x^2zdz}{4z^2} - \frac{zdz}{2} - \frac{x^2zdz}{2z^2}$$

$$= -\frac{x^2dz}{4z} + \frac{zdz}{4} - \frac{x^4dz}{4z^3} + \frac{x^2dz}{4z} - \frac{zdz}{2} - \frac{x^2dz}{2z}$$

$$= -\frac{zdz}{4} - \frac{x^4dz}{4z^3} - \frac{x^2dz}{2z}$$ hvis Integrale er

$= -\frac{z^2}{8} + \frac{x^4}{8z^2} - \frac{x^2\log:z}{2}$, men da Z er $= \sqrt{x^2 + v^2} - v$ og $z^2 = x^2 + 2v^2 - 2v\sqrt{x^2 + v^2}$, og man ved Hielp af disse bortskaffer z af Integralet, faaes $\int dxdv\sqrt{x^2 + v^2} = -\frac{x^2dx}{8} - \frac{v^2dx}{4} + \frac{vdx\sqrt{x^2 + v^2}}{4} + \frac{x^4dx}{8x^2 + 16v^2 - 16v\sqrt{x^2 + v^2}} - \frac{x^2dx\log:}{2}(\sqrt{x^2 + v^2} - v) + Const:$ som er $= \frac{x^2dx\log:x}{2}$, naar man fremdeles i Stedet for v sætter den heele y, og supponerer den heele Formul paa nye at integreres, ved at sætte x som ubestandig for at faae et Integrale, som gielder for det heele Plan, bliver M =

$$\frac{\int(yx^2dx + \frac{1}{3}y^3dx)}{\int\left(-\frac{x^2dx}{8} - \frac{y^2dx}{4} + \frac{y\sqrt{x^2 + y^2}\,dx}{4} + \frac{x^4dx}{8x^2 + 16y^2 - 16y\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{x^2dx\log:}{2}(\sqrt{x^2 + y^2} - y) + \frac{x^2dx\log:x}{2}\right)}$$

hvilket Udtryk i Almindelighed viser, hvor man i utallige Planer skulle kunde finde det foromtalte Friktionens Centrum (*).

(*) Vi har i at bestemme denne Formul supponeret, at Figurens Diameter stod perpendikulær paa Ordinaten, saasom denne Cas var den betydeligste, hvis vi derimod ville have blevet ved det generelle Udtryk i §. 16., da ville Nævneren i samme, naar det skulle integreres, givet endnu lidt større Vidtløftighed, dog kunde den ved en Substitution bringes til samme Form, som det Differentiale, hvilket vi allerede har summeret; thi hvis vi i den ene Deel af Nævneren, nemlig $\int dx dv \sqrt{x^2 - \frac{2cxv}{a} + v^2}$ sætter $v - \frac{cx}{a} = p$ og giør de fornødne Omsættelser, saa forandres den derved til $\int dx dp \sqrt{\frac{b^2x^2}{a^2} + p^2}$, ligeledes naar vi i den anden Deel nemlig $\int dx dv \sqrt{x^2 + \frac{2cxv}{a} + v^2}$ sætter $v + \frac{cx}{a} = q$, kan denne omskiftes formedelst Omsætning til $\int dx dq \sqrt{\frac{b^2x^2}{a^2} + q^2}$, hvilke paa samme Maade, som ovenanførte kan integreres.

Ved denne Leylighed kan jeg heller ikke undlade at giøre følgende Anmærkning: Man anseer det nesten, som en fast Regel, at hvor man kan have et complet Integrale, der maa man aldrig tage sin Tilflugt til de fortgaaende Series (See Bougainville Calcul. Integral. §. 341.). Det kan heller ikke negtes, at de jo har et stort Fortrin, og, om jeg saa maa kalde det, en Ziirlighed frem for disse, ikke desto mindre holder jeg for, at det endog i denne Sag kan gaae efter Ordsproget: Circumstantiæ variant rem; thi foruden at de complete Integraler selv ofte gaaer ud paa de krumme Liniers Rectification, logarithmiske og irrationelle Størrelser, hvor Approximation alligevel tilsidst vil blive fornøden, saa kan det hende, at det complete Integrale søges med større Møye og Vanskelighed, og siden i Anvendelsen har ogsaa større Vidtløftighed og Besværlighed, naar man saa tillige kan have saadanne Series, som ere hastig convergerende, og det heller ikke kommer an paa den yderligste Nøyagtighed, da ere saadanne Series ikke at forkaste. Dette har jeg endog befundet i nærværende Tilfælde, og vil derfore endnu her tillægge 2de Series, som udtrykker Integralet af $dx dv \sqrt{x^2 + v^2}$ nemlig den første: $xv dx + \frac{v^3 dx}{6x} - \frac{v^5 dx}{40x^3} + \frac{v^7 dx}{112x^5} - \frac{5v^9 dx}{1152x^7} + \frac{7v^{11} dx}{2816x^9} - \frac{21v^{13} dx}{13312x^{11}}$ &c.

Den anden: $\frac{v^2 dx}{2} + \frac{x^2 dx \log: v}{2} + \frac{x^4 dx}{16v^2} - \frac{x^6 dx}{64v^4} + \frac{5x^8 dx}{768v^6} - \frac{7x^{10} dx}{2048v^8} + \frac{21x^{12} dx}{10240v^{10}}$ &c.; til denne anden Series maa endnu lægges en bestandig Størrelse omtrent $= 0.59512\, x^2 dx - \frac{x^2 dx \log: x}{2}$, hvilke 2de Series, naar de paa behørig Maade anvendes, giver i visse Tilfælde en langt hastigere Udvikling af det, som søges, end den complete Formul.

End videre maa mærkes, at jeg i at finde de her anførte Formuler, har fulgt den samme Maade, som almindelig er brugelig, naar man søger Svingets Centrum, hvorved ogsaa dette desto

§. 18.

Forend jeg gaaer videre, kan jeg ikke forbigaae kortelig at anmærke den Liighed, som Friktionens Centrum synes at have med det ellers bekiendte Svingets Centro. Man veed, at der er 2de Maader, paa hvilke et Plan svinger omkring et givet Punkt, i det første Fald skeer Svinget Horizontal, eller saaledes, at Figurens Ordinater beholder altid samme Stilling mod Axis, den anden Maade er, at Planet eller Figuren svinger i sit eget Plan hen efter Siden. Det Centrum oscillationis, som udkommer i første Fald, kan ikke, i Almindelighed betragtet, ventes at have stor Lighed med Friktionens Centro, da Bevægelserne skeer paa ulige Maader. Derimod kan let formodes, at Svingets Centrum i det sidste Fald kan have nogen Lighed med Friktionens Centro, saasom Bevægelsen skeer paa een Maade i begge Tilfælde. Denne Lighed kan ogsaa, foruden at udleedes af begge Centres Theorie, strax sees af deres algebraiske Udtryk; thi det almindelige Udtryk for Svingets Centro hen efter Siden er, som bekiendt, $\frac{\int x^2 y dx + \int \frac{1}{3} y^3 dx}{\int xydx}$ i hvilken Fraktion Tælleren er just lige den samme, som vi har fundet den at være i det Udtryk, hvorved Friktionens Centrum skulle findes. Hvis vi derimod betragter den Maade, paa hvilken begge Nævnerne i begge Tilfælde opkommer, da merkes strax, at Nævneren i Henseende til Friktionens Centrum bliver større, end i Svin-

desto lettere syntes at kunde sammenlignes med Friktionens Centro, ikke desto mindre har jeg, ved at betragte Sagen paa en anden Maade, udbragt en anden Formul, som forekommer mig mere kort og ziirlig, og i visse Tilfælde, dog itke alle, har en lettere Application. Jeg vil i det ringeste her anføre den, da den er følgende:

$$\frac{\int \frac{1}{4} (y^3 dx + x^2 ydx - y^2 xdy - x^3 dy)}{\int \frac{1}{3} (ydx - xdy) \sqrt{x^2 + y^2}}$$

hvilket Udtryk egentlig anviser Friktionens Centrum eller Distancen M i et Segment, som Imgn, (Fig. 5.) der svinger sig om det Punkt, hvor x sættes at tage sin Begyndelse og termineres af en Chorda og et Stykke af Perimeter, men enhver seer lettelig, at Formulen endog paa denne Maade kan blive almindelig og tienlig for heele Planer, som indsluttes af Algebraiske Linier, i sær er den beqvem, hvor Planet sættes at bevæges omkring nogen Punkt inden for Figurens egentlige Spidse, eller i saadanne Planer, hvor Linierne i visse Punkter løber sammen med Abscissen, men for at ikke blive for vidtløftig i disse Geometriske Betragtninger, vil jeg hverken opholde mig med at anføre Demonstrationen til bemeldte Formul, ikke heller ved det, som videre kunde være at merke ved dens Anvendelse, overladende til Læseren i enkelte Tilfælde at betiene sig af hvilken Formul, han maatte finde begemmest.

Svingets Centro, thi i dette sidste Fald har man kun at multiplicere Tyngderne med deres fælles Tyngdes Centroes Distance, hvorved denne Summa bliver mindre, hvilken Ulighed ogsaa lettere merkes ved at betragte den Series, som er anbragt i Anmerkningerne til foregaaende §., end den kan sees af det complete Integrale. Heraf følger dette Theorema, som synes værdig at anføres: at Friktionens Centrum altid er inden for Svingets Centrum og nærmere Hænge-Punkten, undtagen i en ret Linie, hvor begge falder sammen, nemlig $\frac{2}{3}$ af Liniens Længde fra Hænge-Punkten.

§. 19.

Brugen af de i 17 §. anførte Formuler, sees lettelig at bestaae derudi, at naar et Plan er givet, hvilket defineres ved en Algebraisk Lighed, som udtrykker Forholdet mellem Abscissen og Semiordinaten, da har man kun at exprimere y med en Function af x, efter den Anledning, som Liniens Definition giver; Denne Værdie af y sættes ind i den almindelige Formul, og derefter foretager man paa nye at integrere, hvorved man i enkelte Tilfælde kan finde, hvor stor M bliver. Imidlertid kan ikke negtes, at man jo her, som ofteste treffer langt større Vanskelighed og Vidtløftighed, end naar man foretager samme Slags Operationer i Henseende til Svingets Centrum; thi naar den almindelige Formul skal anvendes, udkræves baade Møye og Færdighed i den Kunst at integrere; Dog til Lykke lader det allervigtigste Plan sig langt lettere behandle, nemlig en Circul, der bevæges om sit Centro, hvilket vi allerede i Begyndelsen af disse Betragtninger har seet. Men ligesom jeg holder det overflødigt her at anføre de vidtløftige Beregninger, hvorved man i et eller andet Tilfælde skulle søge Friktionens Centrum, saa synes det derimod, ikke at være for meget eller unyttigt at anføre Resultatet af de Beregninger, som jeg har giort mig den Umage at fuldføre over nogle Planer, som kan agtes for de betydeligste og nyttigste.

Jeg har overalt udtrykket dem i Decimal-Brøk, som syntes beqvemmest, og bliver da Friktionens Centers Distance, eller den Størrelse vi har kaldet M i en ligesidet Triangel ABC (Fig. 4.) naar den svinger omkring Punkten A og AD er unitas $= 0.7911.$, men i Fald den bevæger sig omkring Punkten D, da er $M = 0.5143.$

Lad

Lad (Fig. 5.) ABED være en Qvadrat, hvis samme bevæger sig omkring Punkten C, og vi vil bestemme Friktionens Centrum (*), da har vi kun at see paa Triangelen DCF; thi den samme Distance, som bemeldte Centrum har i Triangelen DCF, den samme har det og i Triangelen DCE, i Qvadraten DgCF, i Rectangelen DgHE, i et hvert Gnomon, som ICHEDA og i den heele Qvadrat ABED, naar de sættes at bevæge sig om Punkten C, saasom de overalt sammensættes af lige store Triangler omkring Punkten C, naar altsaa CF er unitas, bliver i dem alle M = o. 8705.

Hvis Qvadraten bevæger sig om det midterste Punkt i een af Siderne, saasom I, og man anseer Qvadratens Latus for unitet, da bliver M = o. 7045.

I Triangelen DIE, hvis Høyde er saa stor som Basis, naar den bevæges omkring Punkten I, bliver M = o. 7813.

I den retvinklede Triangel AID, hvor AD er unitas og dobbelt saa stor som AI, naar den bevæges omkring I, bliver M = o. 5960, hvis Qvadraten bevæger sig omkring et Punkt, som B, da er det samme, som om DCF bevæger sig om C, allene at unitas bliver dobbel.

I Fald man beskriver en Qvadrat om Circulen gIHF, og en anden Circul igien omkring Qvadraten, og lader dem bevæge sig om deres fælles Middelpunkt, da forholder sig M i den udvendige Circul, i Qvadraten, og den indvendige Circul, som 106, 87, 75.

I en Circul gFHI, bevæget om et Punkt i Peripherien saasom I, naar Diameter sættes = 1, bliver M = o. 6626 og følgelig ligger Friktionens Centrum mellem begge Svingets Centra, og ikke meget langt fra hinanden; thi hvor Svinget skeer parallele med Axis, er

Svin-

(*) Der skulle vel ikke nogen ansee det som upasseligt, at jeg har kaldet det Punkt, som bestemmes ved M, et Centrum, da samme gierne kan tages paa hvad Side af Figuren man vil, naar det kun har sin behørige Distance fra C, og altsaa synes mere at være en heel Circul omkring C, men da vi ikke har at see paa andet, end hvor lang M er, og denne betragtes, som en Mathematisk Linie, kan man med al Rette kalde dens yderste Grændse en Punkt og per analogiam et Centrum.

Svingets Centrums Distance = o. 625, men hvor samme skeer i det verticale Plan, da er dets Distance = o. 75.

I et Parabolisk Stykke, hvis Abscisse er saa stor som Parameter = 1, bliver M = o. 8535.

§. 20.

For at spare Vidtløftighed har vi i det foregaaende ikke villet opholde os med vidtløftig at søge det Punkt, som bevægede sig lige hastig i den circulære og retlinede Bevægelse, naar Friktionen i begge Tilfælde skulle agtes lige (See §. 12. og 13.). Men, efter at vi lidt længere har opholdt os med det, som syntes vigtigere, nemlig at undersøge de almindelige Methoder til at finde Friktionens Centrum, saa ere disse ogsaa brugbare, i Henseende til det førstbenævnte Punkt; thi det er mærkeligt, at Nævneren, som den der giver den største Vanskelighed i den Brøk, som udtrykker Friktionens Centrums Distance, bliver Tælleren i den Fraktion, som bestemmer det ovenmeldte Punkt, hvilken Tæller man allene har at dividere med sin behørige Nævner, nemlig Tyngdernes Summa, hvorved man strax finder den Størrelse, vi forhen har kaldet P.

§. 21.

Hidindtil har vi fornemmelig haft at bestille med at undersøge Vægt-Stangens Længde i de Planer, som ved en circulær Bevægelse rives, men, naar den ovenmeldte Størrelse P var funden, kunde man ved Hielp af samme, være i Stand til, nogenlunde i forekommende Tilfælde at fastsætte, hvor stor Friktionen i den circulære Bevægelse kunde antages, (NB. naar jeg sætter forud, at Friktionen i den retlinede Bevægelse, i Henseende til alle sine Omstændigheder af Materie, Superficie, Tyngde, Hastighed med mere, var fuldkommen bekiendt, hvortil det neppe nogen Sinde vil bringes). Men lad os sætte, at herudi vare bekiendte og faste Regler, og Hastigheden i den circulære Bevægelse var given, kunde man efter foregaaende Anviisning reducere den til den retlinede, saaledes at Bevægelsens eller Friktionens Storhed i begge Tilfælde blev lige stor, og kunde man paa saadan Maade, naar ikke flere Ting derhos skulle komme i Betragtning, med lige saa stor Vished vide Friktionens egentlige Storhed i den circulære, som den retlinede Bevægelse. Men, naar man paa denne Maade havde bestemt Forholdet mellem Friktionen og Tyngden i den circulære Bevægelse, ville det langt fra være ligegyldigt, hvor stor Vægt-Stang man assignerede samme, og jeg kan ikke andet see, end at man ville komme til kort med de anvendende Kræfter, naar Mangelen ikke paa anden Maade blev compenseret, i Fald man for Exempel i en Circul ville antage den Hypothese, at Friktionens Centrum var $\frac{2}{3}$ af Straalens Længde fra Centro, i Steden for $\frac{3}{4}$ efter vores Hypothese; thi naar Friktionen var = 1., ville Momentet af samme i første Fald forholde sig til det i andet Fald, som 8 : 9., hvilket gior en betydelig Forskiel. Denne Feyl skulle fornemmelig komme for, hvor en Vertical Tap bevæges om sit Centro, men der ere dog 2de Ting, som gior, at den ey kan blive ret kiendelig: 1.) At man gior Straalen i en saadan Tap saa liden, som Materiens Styrke tillader den at være, hvorved det heele Moment, som dependerer af samme, og endnu mere den liden Feyl, som derved kan forefalde, har kun et ganske ringe Forhold til de øvrige Momenter i Machinen. 2.) Da Friktionens Love, endog i den retlinede Bevægelse, ikke ere os saa fuldkommen bekiendte, at man i alle Tilfælde sikkert torde paastaae, at den var nær op saa eller saa stor Deel af Tyngden, maa man, for at være sikker, heller antage den større end mindre, end den virkelig er i sig selv, i sær, naar andre fornødne Præcautioner til dens Formindskelse tillige i Agt tages, hvorved den før omtalte Feyl lettelig kan compenseres.

§. 22.

Denne Usikkerhed gior ogsaa, at man lidet kan reflectere paa andre Omstændigheder, naar man af Friktionen i den retlinede Bevægelse ville slutte til samme i den circulære, for Exempel, det var ikke en gandske afgiort Sag, om ikke den forskiellige Maade, paa hvilken Partiklerne i den circulære Bevægelse angribes, de angrebne Partiklers Situation indbyrdes, den større Heede, som maa foraarsages under Rivningen i de Circler, som ere længst borte fra Centro, formedelst den større Hastighed og andet mere, om dette ikke, siger jeg, kunde giøre nogen Forskiel i Udfaldet mod det, som kunde observeres i den retlinede Bevægelse, uagtet alt det øvrige var liigt. Herudover, i

Fald

Fald man var saa lykkelig, at disse Love ved Erfarenhed sikkert kunde bestemmes, holder jeg for, at der burde giøres besynderlige Experimenter for Friktionen i den circulære Bevægelse, med forskiellige Pressioner, Materier, Polliturer, Planer, Hastigheder, eller hvad mere man kunde i Agt tage, og paa disse Experimenter maatte man allerhelst bygge de Beregninger, som skulle giøres over Friktionen i den circulære Bevægelse. Man havde ogsaa herved den Fordeel, at i Fald man var usikker paa den Hypothese, hvorefter Vægt-Stangens Længde i den circulære Bevægelse skulle bestemmes, saa havde det dog den Beskaffenhed, at jo mindre Længde man tillagde Vægt-Stangen, eller den Størrelse vi i det foregaaende har kaldet M, i det anstillende Experiment, desto større Deel af de til Bevægelsen udfordrende Kræfter, maatte man nødvendig regne paa Friktionen, og tvertimod, i Fald Vægt-Stangen blev supponeret at være mindre; naar altsaa samme Hypothese overalt blev fulgt, hvor Experimentet skulle legges til Grund, kunde Urigtigheden i den antagne Hypothese ikke saa let blive kiendelig, saa vidt Lige-Vægten angik; Dog tilstaaer enhver letelig, at den rigtige Kundskab altid maatte have et stort Fortrin for den urigtige; thi Omstændighedernes Forandring kunde snart giøre den rigtige Kundskab fornøden. I at udfinde den Modstand, som Kornet giør under en Mølle-Steen, har man ogsaa i den Deel gaaet den sikkreste Vey, og grundet sin Beregning paa Experiment af en virkelig Mølle, saasom Belidor in Arch. hydr. har giort, hvor han efter at ansee alt andet, som bekiendt, men Kornets Modstand, som ubekiendt, udleeder denne Sidste af en Algebraisk Æqvation, dog saasom Vægt-Stangen efter mine ringe Tanker antages mindre, end den virkelig burde ansees i den circulære Bevægelse, nemlig $\frac{2}{3}$ af Straalen i Steden for $\frac{3}{4}$, hvilket efter det, som i det følgende skal viises, endnu ville blive for lidet i en Mølle-Steen efter al Rimelighed, saa følger deraf, at ogsaa Resultatet, hvad Modstanden angaaer, bliver efter hans Beregning større, end det i sig selv skulle være, saa vidt, som sammes Beregning dependerer af den antagne Vægt-Stang.

§. 23.

Da vi saaledes har anført, hvad vi synes fornøden i Henseende til Vægt-Stangens Længde eller Friktionens Centrum, i de flade

Planer, der rives mod andre flade Planer, i det de bevæges om et Centro, synes det fremdeles nødvendigt, ogsaa at anstille nogen Betragtning over de Legemer, som bevæges omkring en Axis, og hvis Superficie under Bevægelsen rives i en mod samme svarende Huuling. Denne Betragtning synes ikke allene nødvendig i Henseende til visse Legemer, som kunde forekomme i Brugen, i Særdeleshed Keglen og Kuglen, men vi faaer ogsaa derved Leylighed til følgende Anmerkning: Physici anseer i Almindelighed Friktionen i en vis Superficie at være en vis Deel af Tyngden, og at dens hele Summa bliver den samme, hvad enten denne Tyngde er jævnt deelt over den heele Superficie, eller den trykker ulige i diverse Punkter; Om denne Hypothese i alle Tilfælde skulle være fuldkommen rigtig, tør jeg ikke bestemme, da Naturens Virkninger ere saa adskillige, og i enkelte Tilfælde ofte saa afvigende fra de almindelig antagne Regler, at de vanskelig, og neppe ved mangfoldige Experimenter kan opdages, men hvorom alting er, saa bliver dette dog ikke lige gyldigt i at bestemme Friktionens Centrum i den circulære Bevægelse; thi lad os sætte, at enten de yderste, og fra Centro længst bortliggende Dele, eller og de inderste lider en større Pression, saa vil vist nok Friktionens Centrum i første Fald flyttes længer ud, og i sidste Fald længer ind til Middel-Punkten, hvoromkring Bevægelsen skeer, end ellers skulle skee, naar Tyngden eller Pressionen var lige fordeelt, med mindre det paa anden Maade erstattes, som af det følgende skal sees.

§. 24.

De Superficier, hvis Rivning her skal tages i Betragtning, ere saadanne, som genereres ved det, at en ret eller krum Linie bevæger sig omkring en Axel, og kan udtrykkes ved en Algebraisk Liighed, saaledes at ikke alle Punkter har samme Afstand fra Axi. Her supponeres ogsaa, at enhver Superficie rigtig passer sig i den Huuling, hvori den bevæges. I den Anledning vil vi forestille os, at et Legeme frembringes ved, at den Linie ADE (Fig 6.) bevæger sig omkring Axis AB. Det Legeme, som saaledes frembringes, supponeres at berøre en huul Superficie af lige Dannelse. Friktionen antager vi ogsaa her at være i samme Forhold, som Tyngden, hvis altsaa Tyngden i alle Punkter af ADE ikke er den samme, bliver heller ikke Friktionen i hver

Punkt

Punkt den samme; At Trykkelsen af Tyngden ikke overalt er den samme, kommer deraf, at den er meer eller mindre nær ved at være perpendiculær paa Superficien, og dette henger deels af Figurens Beskaffenhed, deels af den Bøyning, som Axis har mod Horizonten. Vi vil for det første forestille os Axis at have en verticale Stilling paa Horizonten.

§. 25.

Naar altsaa ADE beskriver en Superficie ved sin Omveltning, og vi kalder AC, x og CD, y, saa bliver $Dd = \sqrt{dx^2 + dy^2}$. Naar dette Element bevæger sig omkring Axis AB, beskrives derved en elementære Circul, hvis Peripherie forholder sig som y, men efter vores antagne Hypothese forholder sig Friktionen i et hvert Punkt D, som y, og følgelig den elementære Rivning omkring den heele Circul, som $y^2 \sqrt{dx^2 + dy^2}$, naar man nu videre multiplicerer denne med sammes Distance fra Axis, faaes Momentet $= y^3 \sqrt{dx^2 + dy^2}$. Fremdeles, da Friktionen sættes at være i Forhold af Trykkelsen, og denne ikke overalt er lige stor, er det ogsaa noget, som bør komme i Betragtning. I den Henseende mærkes, at da Tyngden virker perpendiculær paa Horizonten, kan den forestilles ved DH, som igien opløses i 2de Side-Kræfter GH og DG, af hvilke den første gaaer parallele med Tangenten, den anden perpendiculære paa Planet, efter hvilken egentlig Friktionen retter sig, men DH forholder sig overalt til Dg, som $Dd : dI = \sqrt{dx^2 + dy^2} : dy$, sætter vi altsaa den perpendiculære Tyngde, som vi overalt anseer lige stor at være $= 1$, faaer man følgende Forhold: $\sqrt{dx^2 + dy^2} : dy = 1 : \frac{dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$, naar altsaa baade Friktionen og dens Moment multipliceres med denne Størrelse, faaer man for Friktionen $\frac{y^2 dy \sqrt{dx^2 + dy^2}}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = y^2 dy$, men for Momentet $\frac{y^3 dy \sqrt{dx^2 + dy^2}}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = y^3 dy$, den førstes Integrale er $\frac{1}{3} y^3$, den an-dens er $\frac{1}{4}y^4$, hvilket sidste, divideret med det første, giver Vægt-Stangens Længde eller $M = \frac{3}{4}y$, hvilket altsaa bestemmer Friktionens Centrum.

§. 26.

Saasom $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ aldeles gaaer ud af Beregningen, og Tyngdens Foranderlighed i et hvert Element compenseres ved Elementet selv, saa flyder deraf dette særdeles Theorema, at, naar man har en Vertical Tap, hvis største Straale sættes $= a$, da den selv er genereret ved en krum eller ret Linies Bevægelse omkring dens Axis, saa er den fælles Vægt-Stang altid $= \frac{3}{4}a$, det være sig en Kegle af stor eller liden Høyde, et Stykke af en Kugle eller Stykker, som ere genererede ved Ellipser, Parabler, Hyperbler og utallige andre, og Friktionens Vægt-Stang er overalt den samme, som i en flad Cirkel, der rives paa et slet Plan, og hvis Straale er saa stor, som den største i bemeldte Legemer.

§. 27.

End videre, om man ville forestille sig et saadant Legeme at være afkortet i LK, saaledes at det Stykke, som skulle komme ud ved det, at KLA veltedes om Axis KA, manglede, og at KL, som her kan ansees, som bekiendt, er $= m$, da bør baade Friktionen og dens Moment være $= 0$, saasnart y, som den største Straale, sættes $= m$, altsaa naar den første (§. 24.) udtrykkes med $\frac{1}{3}y^3$, bør derfra subtraheres $\frac{1}{3}m^3$, og ligeledes fra Momentet $\frac{1}{4}m^4$, som bestandige Størrelser, for at faae det rette Integrale, hvorved Friktionens Vægt-Stang i dette Tilfælde bliver $= \dfrac{\frac{1}{4}y^4 - \frac{1}{4}m^4}{\frac{1}{3}y^3 - \frac{1}{3}m^3} = \frac{3}{4}\left(\dfrac{y^4 - m^4}{y^3 - m^3}\right)$, hvilket Udtryk, naar man allene vil see paa ovenmeldte, i Almindelighed viiser, hvorledes Friktionens Centrum, for saa vidt, kan findes i alle de Tilfælde, hvor Legemet staaer Vertical, og den Deel, som rives, er et afkortet Stykke af et saadant Legeme, som §. 24. er ommeldet. Ja dette passer sig og i sær paa en concentrisk Ring af en Circul, saasom, naar man fra den hele Circul DEBA (Fig. 5.) borttager den inderste concentriske Circul FHIG, hvilket vi i de flade Planers Betragtning har gaaet forbie, ikke fordi man kunde ansee det som gandske

unyttig,

unyttig, men for just at anføre det her, hvor denne Cas i Henseende til Vægt-Stangen bliver fuldkommen den samme, som om afkortede Kegler rives, og man behøver i disses Betragtning ikke at see paa andet end en saadan flad Ring, hvilken faaes ved at forestille sig den mindste Basis i den afkortede Kegle at være concentrisk med den største, og at ligge paa et fladt Plan.

§. 28.

Enhver mærker ellers lettelig, at $\frac{3}{4}\left(\frac{y^4 - m^4}{y^3 - m^3}\right)$ er større, end $\frac{3}{4}y$, eller naar vi sætter Straalen af den største Circul $= b$, da er $\frac{3}{4}\left(\frac{b^4 - m^4}{b^3 - m^3}\right)$ større end $\frac{3}{4}b$, der udtrykker Friktionens Centrum, naar Keglen ikke var afkortet, da m og b ansees som positives Størrelser, og m altid er mindre, end b, hvoraf følger, at Friktionens Centrum i dette Tilfælde, naar Keglen er afkortet, er længer borte, og at Vægt-Stangen bliver større, end om samme var heel. Dette er en Betragtning, som i en vis betydelig Begivenhed maaskee ikke ville være uden al Nytte, nemlig i den Cas, hvor 2de Mølle-Stene rives paa hinanden, da der i sig selv, just i denne Begivenhed, forekommer en afkortet Kegle, saasom den underste Steen er lidt ophøyet, og den øverste endnu lidt mere indhulet i Form af en Kegle, hvilket saa vel som deres øvrige afpassede Stilling gior, at Kornet uden synderlig Modstand trenger sig ind til en vis Deel af Mølle-Stenens Straale, saasom til $\frac{2}{3}$ (See Belidor Archit. Hydr. §. 635.) saa at Friktionens Plan i sig selv bliver intet andet, end en afkortet Kegle, hvis største Straale er Mølle-Stenens halve Diameter, men dens mindste Straale henger af de besynderlige Omstændigheder og Proportioner, som i enkelte Tilfælde kan have Sted. Overalt sees deraf, det som vi allerede har anmerket i Slutningen af 22. §., at Vægt-Stangen, for Kornets Modstand under en Mølle-Steen, heller maatte antages at være større end $\frac{3}{4}$ af sammes halve Diameter, end den burde ansees for at være mindre.

§. 29.

Vi vil fremdeles betragte et saadant Legeme eller Tap at ligge Horizontale (Fig. 7.) Det supponeres ligesom tilforn, at være frembragt ved det, at AEC velter sig omkring AB. Tyngden virker her perpendiculære paa Axis, i Steden for den i forrige Tilfælde virkede parallele. Ee bliver ligeledes her $= \sqrt{dx^2 + dy^2}$, og da Peripherien forholder sig, som Diameter, bliver den elementære Circul $= y\sqrt{dx^2 + dy^2}$, men Friktionen i sig selv forholder sig ogsaa i et hvert Punkt, som y, altsaa kan den omkring den hele Circul forestilles ved $y^2\sqrt{dx^2 + dy^2}$, den naturlige eller absolute Tyngde kan forestilles ved den Linie EF $= 1$. Denne opløses, ligesom i forrige Fald i de 2de Fg og Eg, hvilken sidste findes ved følgende Lighed: $\sqrt{dx^2 + dy^2} : dx = 1 : Eg$, hvilken udtrykker Tyngdens perpendiculære Virkning paa Planet, og bliver $= \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$, hvilket altsammen lettelig indsees, men, da Friktionen tillige sættes at rette sig efter Pressionerne, maa ovenstaaende hermed multipliceres, og vi faaer altsaa $\frac{y^2dx\sqrt{dx^2 + dy^2}}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = y^2dx$, ligeledes findes dens Moment $=$ y^3dx, og Vægt-Stangens Længde $= \frac{\int y^3dx}{\int y^2dx}$, naar denne Formul skal summeres, udtrykker man dx i y og dy, hvilket dependerer af den Linies Beskaffenhed, man har med at bestille. Imidlertid, da dx indeholdes i Formulen tillige med y, saa sees deraf, at det ikke her bliver af samme Beskaffenhed, som i forrige Fald; thi her bliver det ikke ligegyldigt, af hvad Slags Beskaffenhed Figuren er, omendskiønt alt det øvrige var ligt. Hvis Legemet var afkortet, omgaaes man ligesom i §. 27. blev viist, ved at sætte Friktionen og dens Moment $= 0$, hvor x eller y bliver af en Størrelse, som passer sig der, hvor Legemet skal afkortes, hvorved man finder den bestandige Størrelse, som hører til Integralet i den Begivenhed.

§. 30.

§. 30.

I en Kegle bliver det dog liige meget, enten dens Stilling er Horizontale eller Verticale; thi lad Høyden være $= a$ og Straalen af Basis $= b$, bliver $a : b = dx : dy$, altsaa $dx = \frac{ady}{b}$, og Friktionen bliver efter foregaaende §. $= \int \frac{ay^2dy}{b} = \frac{ay^3}{3b}$ men Momentet $= \int \frac{ay^3dy}{b} = \frac{ay^4}{4b}$, hvilke, med hinanden dividerede, giver os Vægt-Stangens Længde $= \frac{3}{4}y = \frac{3}{4}b$, naar y bliver $= b$, hvilket altsaa blir det samme, som om den stod Verticale. Derimod er i en Parabel $y^2 = ax$ og $2ydy = adx$, og $dx = \frac{2ydy}{a}$, naar denne Værdie substitueres i Steden for dx bliver Summen af Friktionen $= \int \frac{2y^3dy}{a}$ $= \frac{\frac{2}{4}y^4}{a}$, og Summen af Momentet $= \int \frac{2y^4dy}{a} = \frac{\frac{2}{5}y^5}{a}$, naar det sidste divideres med det første, bliver Distancen af Friktionens Centro fra Axi $= \frac{4}{5}y$, og altsaa større end i Keglen, saa vel som ogsaa større, end i den Verticale Stilling.

§. 31.

Uagtet jeg ikke vil opholde Læseren med vidtløftig Application, af de anførte Formuler i enkelte Casus, saa kan jeg dog ikke undlade at viise samme i Henseende til Kuglen, som synes at være et saa almindelig forekommende og nyttigt Legeme. Lad Kuglens Diameter være $= a$, altsaa bliver $y = \overline{ax - x^2}^{\frac{1}{2}}$, og $y^2 = ax - x^2$, følgelig $2ydy = adx - 2xdx$, og $dx = \frac{2ydy}{a - 2x}$, men $x = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - y^2}$ af hvilke vi dog her for Korthed Skyld allene vil beholde det Udtryk med Signo $-$, som giælder for den første Qvadrant, ligesom $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - y^2}$ gielder eller exprimerer x i den anden Qvadrant, altsaa bliver $dx = \frac{ydy}{\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - y^2}}$ og $\int y^3 dx = \frac{\int y^4 dy}{\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - y^2}}$, hvilken Størrelse ved Hielp af Circulen kan forstaaes og integreres paa følgende Maade: $\int y^4 dy \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 - y^2}^{\,-\frac{1}{2}} = \int y^7 dy \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 y^6 - y^8}^{\,-\frac{1}{2}}$, lad os sætte at $\frac{1}{4}a^2 y^6 - y^8 = Z$, da bliver $\frac{3}{2}a^2 y^5 dy - 8y^7 dy = dz$ og $8y^7 dy = - dz + \frac{3}{2}a^2 y^5 dy$, følgelig $\int y^7 dy \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 y^6 - y^8}^{\,-\frac{1}{2}} =$

$- \int \frac{dz}{8z^{\frac{1}{2}}} + \int \frac{3}{16} a^2 y^5 dy \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 y^6 - y^8}^{\,-\frac{1}{2}} = - \frac{1}{4} \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 y^6 - y^8}^{\,\frac{1}{2}}$

$(= - \frac{1}{4}y^3 \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 - y^2}^{\,\frac{1}{2}})$ $(= - A + \int \frac{3}{16}a^2 y^5 dy \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 y^6 - y^8}^{\,-\frac{1}{2}})$

$(= \int \frac{3}{16}a^2 y^3 dy \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 y^2 - y^4}^{\,-\frac{1}{2}}$,) sætter vi her atter $\frac{1}{4}a^2 y^2 - y^4 = z$, og gaaer frem, som i det foregaaende, bliver

$\int \frac{3}{16} a^2 y^3 dy \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 y^2 - y^4}^{\,-\frac{1}{2}} = - \frac{3}{32}a^2 \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 y^2 - y^4}^{\,\frac{1}{2}}$ $(= - \frac{3}{32}a^2 y \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 - y^2}^{\,\frac{1}{2}})$ $(= - B + \frac{3}{128}a^4 \int ydy \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 y^2 - y^4}^{\,-\frac{1}{2}})$ $(= \frac{3}{64}a^3 \int \frac{1}{2} ady \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 - y^2}^{\,-\frac{1}{2}})$, hvilket sidste udtrykker en Circul-Bue, hvis Diameter er $= a$ og Sinus $= y$, hvilken vi vil kalde C; altsaa bliver det fuldstændige Integrale af $\frac{y^4 dy}{\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - y^2}} = - A - B + \frac{3}{64}a^3 C$

$= - \frac{1}{4}y^3 \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 - y^2}^{\,\frac{1}{2}} - \frac{3}{32}a^2 y \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 - y^2}^{\,\frac{1}{2}} + \frac{3}{64}a^3 C$. Nævneren i vores Formul bliver $= \int \frac{y^3 dy}{\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - y^2}}$ hvilken noget lettere integreres paa følgende Maade: Lad $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - y^2}$ være $= v$ og $\frac{1}{4}a^2 - y^2 = v^2$, saa er $- 2ydy = 2vdv$, og $dy = - \frac{vdv}{y}$, men $y^2 = \frac{1}{4}a^2 - v^2$, altsaa

saa er $\dfrac{y^3dy}{\sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - y^2}} = (-v^2 + \tfrac{1}{4}a^2)\, y \times -\dfrac{vdv}{yv} = v^2dv - \tfrac{1}{4}a^2dv$,

hvis Summe $= \tfrac{1}{3}v^3 - \tfrac{1}{4}a^2v = \tfrac{1}{3} \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 - y^2}^{\frac{3}{2}} - \tfrac{1}{4}a^2 \times \overline{\tfrac{1}{4}a^2 - y^2}^{\frac{1}{2}}$ + Constans, hvilken bestemmes, naar man sætter baade x og $y = o$, da Formulen udkræver et Tillæg, som er $= -\tfrac{1}{24}a^3 + \tfrac{1}{8}a^3 = \tfrac{1}{12}a^3$ (*).

§. 32.

Hvor vidtløftige disse Formuler end synes at være i Anvendelsen, saa bliver de dog gandske korte, saasnart $y = \tfrac{1}{2}a$; thi da bliver $\tfrac{1}{4}a^2 - y^2 = o$. Paa Grund af dette falder Friktionens Centrum i en halv Kugle (hvis Straale = 1, og hvis Axis ligger Horizontal, naar Bevægelsen skeer Vertical) om o. 8836. fra Axi, hvilket bliver det samme, om man tager begge Qvadranter tillige, da alle de øvrige Størrelser i Tælleren forsvinder, foruden $\tfrac{3}{64}a^3C$, og Tælleren bliver ogsaa fordobblet mod hvad den var i den ene Qvadrant allene. Heraf følger, at i Fald en halv Kugle trykkes af Tyngden mod en Huulhed af samme Dannelse, og den bevæger sig om sin Axis parallele med Horizonten, saaledes at Axis selv staaer Vertical, eller den i et andet Fald har en Vertical Bevægelse, mod at Axis ligger Horizontal, da er Friktionens Centri Distance fra Axi i første Fald, til den i andet Fald omtrent, som 75:88., og altsaa var Modstandens Vægt-Stang i sidste Fald saa meget større end i første.

(*) Enhver seer selv lettelig, hvorledes man skulle benytte sig af Formulen, i Fald man havde et Stykke af den anden Qvadrant allene eller tilsælles med den første; imidlertid, i Fald man heller ville bruge en Formul, som udtrykkedes ved x, da har man ikke fornøden at forandre Signa, naar x bliver større end $\tfrac{1}{2}a$. Nævneren bliver da ogsaa lettere funden, end i ovenanførte, derimod udkræver Tælleren en større Vidtløftighed, og efterat de fornødne Operationer er skeed, bliver

$$\frac{\int y^3dx}{\int y^2dx} = \frac{\left(-\tfrac{3}{64}a^3 - \dfrac{a^2x}{32} + \tfrac{3}{8}ax^2 - \tfrac{1}{4}x^3\right) \times \overline{ax - x^2}^{\frac{1}{2}} + \tfrac{3}{64}a^3C.}{\tfrac{1}{2}ax^2 - \tfrac{1}{3}x^3}$$

§. 33.

Een Omstændighed synes endnu at være tilbage at melde om, nemlig, naar Axis af det rivende Corpus stod skievt mod Horizonten, og uagtet herved kunde endnu forekomme adskillige Casus at betragte, vil vi kun i Almindelighed viise, hvordan det skulle gaae til i den vigtigste. Hvis AB er Axis (Fig. 8) DC og FE ere tvende Semiordinater, som supponeres at være hinanden uendelig nær. pEl er Tyngdens Direction, som sættes at være = 1. lEK er perpendiculære paa Linien ACEH i Punkten E, og altsaa udtrykker EK den Deel af Tyngden, som virker perpendiculær paa Pannen ACEH. Lad con trækkes parallele med Horizonten, saa er Vinkelen gco den, som viser Axelens Bøyning til Horizonten, hvilken Vinkel er saa stor, som nEo, hvis Sinum vi vil kalde S, og dens losinum c, hvilke begge ansees som bekiendte, og Sin: Tot: = 1., følgelig i Triangelen gco er C: S = dx: go $\left(= \frac{sdx}{c}\right.$ og C: 1 = dx: oc$\left.\right)$ $\left(= \frac{dx}{c},\right)$ altsaa bliver $oE = dy - \frac{sdx}{c} = \frac{cdy - sdx}{c}$, følgelig i Triangelen noE er 1: S = $\frac{cdy - sdx}{c}$: no $\left(= \frac{scdy - s^2 dx}{c}\right.$; altsaa no + oc = $\frac{dx + scdy - s^2 dx}{c}$, men da $1 - s^2 = c^2$, forandres denne Størrelse til $\frac{c^2 dx + scdy}{c} = cdx + sdy = nc$. Men nu er Triang: Enc liig Triang: ElK, følgelig, Ec: cn = El: EK = $\sqrt{dx^2 + dy^2}$: $cdx + sdy = 1$: $\frac{cdx + sdy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$, hvilket exprimerer den Deel af Tyngden, som trykker perpendiculær i et hver Punkt, som E. (*).

§. 34.

(*) Paa saadan Maade findes Tyngdens Virkning, saa vidt som den gaaer perpendiculær mod eller fra et hvert Punkt i Figuren, saa vel paa den eene, som paa den anden Side af Axis, enten samme er bøyet over eller under Horizonten, hvorved er at merke, at hvor EK falder inden for Figuren, virker Tyngden ikke paa, men fra samme, og hvor EK er = o, der er den

§. 34.

Naar man nu fremdeles setter, at liige proportionerede Deele, af de elementære Cirkler, rundt om Axis lider Friktion, og at den naturlige Tyngde er heftet fordeelt over alt, saa er (i Følge af 25de saa vel som den næst foregaaende §.) Friktionen $= \int cdx + sdy \times y^2 : \sqrt{dx^2 + dy^2}$ $\sqrt{dx^2 + dy^2} = \int (cdx + sdy)\, y^2$, og ligeledes sammes Moment $= \int (cdx + sdy)\, y^3$, hvilken Expression endog indeholder de foranførte, saasom: hvis Axïs er perpendiculær paa Horizonten, da er $c = 0$ og $s = 1$, hvorved Formulerne forandres til $y^2 dy$ og $y^3 dy$, ligeledes, hvis Axis er Horizontal, bliver $s = 0$ og $c = 1$, hvorved Formulen bliver $y^2 dx$ og $y^3 dx$ overeensstemmende med hvad vi har seet §. 25. og 29. I en Kegle er $dx = ady : b$ (§. 29.), og altsaa $(cdx + sdy)\, y^2 = (\frac{ca}{b} + s)\, y^2 dy$, men da $\frac{ca}{b} + s$ er bestandig en og den samme, saa vel i Friktionen, som dens Moment; saa sees deraf, at det her allene kommer an paa $y^2 dy$, og altsaa blir Distancen for Rivningens Centrum den samme, som naar Keglen stod Vertical eller Horizontal. (*).

den perpendiculære Virkning fra eller til Planet slet ingen, hvilket skeer, hvor Tangenten i en vis Punkt bliver perpendiculære paa Horizonten, og findes, naar man exprimerer dy med en Function af x og dx, og substituerer samme i Værdien af EK, hvilken sættes = o, hvorved man finder, hvilken Abscisse der svarer til bemeldte Punkt.

(*) Vi har overalt i det foregaaende allene forestillet os Pressionen i enhver Cirkel, at skee i det nederste Punkt, og har betragtet denne i Steden for Trykkelsen omkring den gandske Deel af Cirkelen, som lider Friktion. Dette lader sig og giøre; thi det lader sig strax see, at hvis de Punkter C, som her forestilles at ligge i et Plan, der er Vertical paa Horizonten, laae i et andet, som ogsaa gik igiennem Legemets Axis, saa ville Virkningen af Tyngden, saa vidt, som den dependerte af Planets Situation, overalt i alle Punkter og blive bestandig den samme, men saa vidt den dependerte af Figurens Danlighed, ville det være det samme, som i det Verticale Plan, følgelig har Trykkelserne i det eene Plan samme Forhold indbyrdes mod hinanden,

§. 35.

I Anledning af hvad, som hidindtil er sagt, angaaende Friktionens Vægt-Stang i den circulære Bevægelse, maatte man endnu spørge, hvad Slags Tapper der i den Henseende maatte være de fordeelagtigste; thi i Fald man ville see paa mange andre Ting, som tillige kunde komme i Betragtning, ville det overstige de Grendser, som vi i nærværende har foresat os, kunde heller ikke som corrollaria udledes deraf; saa vidt altsaa, som der kan udledes noget af foregaaende, da har vi seet at i den Verticale Stilling kan alle Superficier bruges med liige Fordeel, naar man allene seer paa Vægt-Stangen, hvilken i dem alle blir den samme, naar kun Basis er den samme; Dog synes Kuglen at have dette Fortrin, at saasom den formedelst sin Kugel-formige Dannelse kan agtes at være stærkere og mere befæstet, end andre, mod de Indtryk, som Tyngden og Bevægelsen foraarsager, saa kunde ogsaa en mindre Straale agtes tilstrækkelig, hvorved Friktionens Vægt-Stang kunde faaes saa ringe og liden, som nogensinde muelig, at jeg ikke skal tale om, at Smørrelsen i en saadan Huuling bedre kunde conserveres, end paa en Flade.

§. 36.

Hvad den Horizontale Stilling angaaer, da merkes strax, at af den almindelige Expression over Vægt-Stangen, intet absolute Minimum

anden, som i et andet. Derimod, naar ikke lige proportionerede Deele af Cirklerne skulle være underkastede Rivning, formedelst Pannens besynderlige Dannelse, Ujævnheder eller andre Aarsager, som i de almindelige Theorier, enten ikke, eller dog med største Vidtløftighed skulle kunde paaagtes, saa ville det dog i de fleeste Tilfælde være det sikkreste, ikke at antage Friktionens Centrum nærmere Axis, end ovenanførte Theorie giver Anledning til.

Sommer Soel-Hverve, i sær hvor Havet er saa nær, som paa disse Grændser, ligeledes Høsten mere end Vinteren, og denne mere end Foraaret, da Luften efterhaanden ligesom har udtømmet sig, for ved Naturens fornyede Virksomhed og Soelens tilvoxende Kraft, paa nye at betynges og fyldes med denne Circulerende Fugtighed. Luftens Varme og Kulde giør vel ikke det mindste til Dampernes Overflødighed, da der ufeylbarlig i de varme Maaneder maa opstige af Havet og fugtige Steder en større Mængde Damper, end i de kolde. Den bestandigste og stærkeste Kulde falder her, som paa andre Steder, gierneste efter Soel-Hverve om Vinteren, og den stærkeste Varme efter Soel-Hverve om Sommeren, uagtet vi vel har nogle varme Dage i Maji og Junii Maaneder, og een Deel af Hunde-Dagene selv bliver ofte kiølige formedelst Regn og fugtigt Veyr.

Fremdeles hvad Vindene angaaer, da ere Sydlige og Vestlige Vinde de almindeligste, i sær efter Sommer-Soel-Hverve, og om Høsten, førend Kulden rettelig begynder. Syd-Ost Vind er heller ikke usædvanlig om Høsten og om Vinteren, mere end om Foraaret og Begyndelsen af Sommeren, ligesom Østen-Vind er rar, uden i Frost-Veyr om Vinteren, og Nætterne om Sommeren. En lige Norden-Vind er heller ikke meget giengs, men kan treffe ind af og til paa alle Tider af Aaret, Nord-Vest er mere almindelig, dog helst om Foraaret fra Jævn-Døgn til Soel-Hverve, da her falder meget af den saa kaldede Hav-Kulje eller Soel-Gangs Vind, som er meest Nord-Vest, den begynder om Formiddagen, og endes ved Soelens Nedgang, da den blir stille og gierne afløses med en Østlig Vind fra Landet. Dette er det behageligste Veyrligt, som her falder; thi Himmelen er da for det meste klar, naar ellers Vinden er Nordlig, de Reysende finde ogsaa da god Beqvemmelighed til at fortsætte deres Reyser, de som vil Nord efter, kan avancere om Natten, de som vil mod Sønden, har den føyeligste Vind om Dagen.

I Henseende til Vindenes Fugtighed, som ved et Slags Vind er større end ved en anden, da viiser baade Situation og Erfarenhed, at lige Østen-Vind er den mindst fugtige, derneſt Nord- og Nord-Vest-Vind. Denne sidst benevnte kan vel undertiden i sin Begyndelse

styrte

blandt andet, at mit Arbeyde ikke har været unyttigt, da det kan give Anledning til videre Eftertanke, og paa den Maade kan Undersøgelser i Videnskaber have sin store Nytte, end og da, naar man skulle være saa mislykkelig at feyle i noget, hvilket er saa vel mueligt, som tilfælles for alle Mennisker. Det Haab giør jeg mig imidlertid, at man ved den Theorie, som her er anbragt, og som i een Post i sær afviiger fra den almindelige, ikke skulle finde sig bedragen, hvor man i paakommende Tilfælde skulle finde fornøden at betiene sig deraf.